2025-6-B1.- Intentsitate eta noranzko bereko korronteak dabiltza bi eroale zuzen, luze- luzeak eta paraleloetan zehar. Azaldu arrazoituz eta eskemez lagunduta:

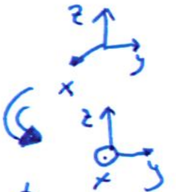
1. Korronteek sorraraziko duten eremu magnetikoaren norabidea eta noranzkoa, eroaleen inguruko guneetan.

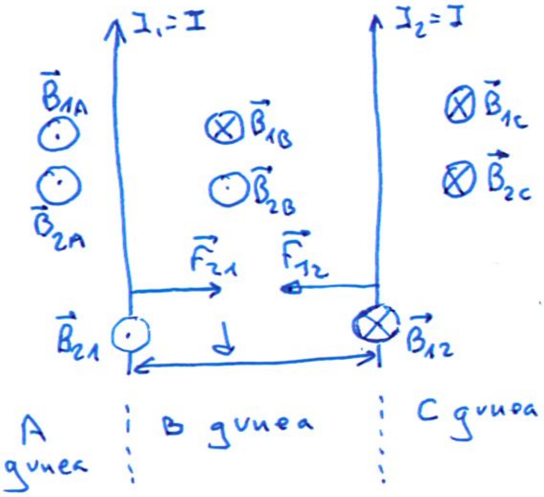
2. Eroale bakoitzaren gainean eragingo lukeen indarraren norabidea eta noranzkoa.

Demagun bi eroale zuzen, luze-luze eta paralelo eta elkarrengandik $0{,}06m$-ko distantziara kokatuta daudela, eta haietan barrena eta noranzko berean $9A$ eta $15A$ intentsitatetako korronteak dabiltzala, hurrenez hurren.

3. Irudikatu, eskema batean, bi eroaleak lotzen dituen lerroaren erdiko puntuko eremu magnetiko erresultantearen bektorea; eta arrazoitu zer norabide eta noranzko duen.
4. Eroaleen arteko gunean, $9A$ intentsitateko eroaletik zer distantziatara da nulua eremu magnetikoa?
   Arrazoitu erantzuna.

Datua: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} TmA^{-1}$





(1.) Biot-Savart-en Legeari erreparatuz, korronte zuzen batek bere inguruko puntu baten sortzen duen indukzio bektorearen intentsitatea hau da:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$ (a = kabletik punturainoko distantzia)

Noranzkoa eskuin-eskuaren arauaren arabera determina daiteke Holan:

A gunean $\vec{B}_{1A}$ eta $\vec{B}_{2A}$ x ardatzaren noranzko positiboan doaz, beraz eremu totala $+\hat{i}$ norabide eta noranzkoa izango du.

C gunean: biak x ardatzaren kontrako noranzkoan doaz, bera totala ere.

B gunean: erdiko puntuan $\vec{B}_{TOTALA}$ nulua izango da, korronteak berdinak direlako. I_1 korrontearen ondoan $-\hat{i}$ eta I_2-ren ondoan $+\hat{i}$.

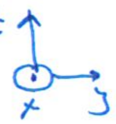
Hau guztia grafikan ikus daiteke.

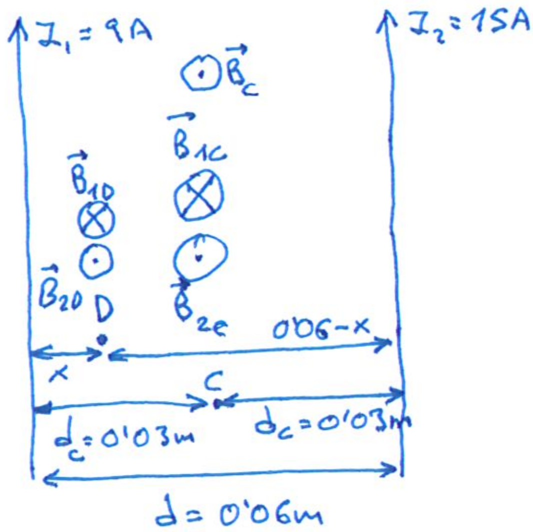
(2.) Indarren kasuan, eta Lorentzen formula erabiliz: $F = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$

$\vec{F}_{12} = I_2 (\vec{l}_2 \times \vec{B}_{12}) = -I_2 l_2 B_{12} \hat{j}$; $\vec{F}_{21} = I_1 (\vec{l}_1 \times \vec{B}_{21}) = I_1 l_1 B_{21} \hat{j}$

Beraz indar biak bi kableak lotzen dituen segmentuaren norabidekoak dira eta kontrako noranzkoak dituzte; kableak erakartzeko efektuarekin.

3.





Erdiko puntuan eremu totala gainazarmenaren printzipioaren bidez kalkulatuko dugu:

$$\boxed{\vec B_c} = \vec B_{1c} + \vec B_{2c} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_c}\hat i + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_c}\hat i =$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi d_c}(I_2 - I_1)\hat i = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi\cdot 0'03}\cdot(15-9)\hat i =$$

$$= \boxed{4\cdot 10^{-5}\,\hat i\ T}$$

Beraz norabidea bi kableek osatzen duten planoarekiko perpendikularra da, eta irteteko noranzkoarekin. $(+\hat i)$ Grafikan ikusten den moduan.

4. Lehen atalean aipatu genuen bezala, eta buruketak galdetzen duen moduan, eremu totala bakarrik kableen artean anula daiteke. Logikoki I_2-ren efektua urrunagora helduko da I_1-ena baino. Beraz D puntu posible batean anulatuko da. Holan eta berriro gainazarmena aplikatuz: $\vec B_D = \vec B_{1D} + \vec B_{2D} = \vec 0 \longrightarrow$

$$\longrightarrow -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\hat i + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(0'06-x)}\hat i = \vec 0 \longrightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{(0'06-x)} \longrightarrow$$

$$I_1(0'06-x) = I_2\cdot x \longrightarrow \boxed{x = \frac{I_1\cdot 0'06}{I_1+I_2}} = \frac{9\cdot 0'06}{9+15} = \boxed{0'0225\,m}$$

2024-07-A.2.- Esparru batean, $\vec{E} = -100\,\vec{j}$ V m^{-1}-ko eremu elektriko bat ezarri da. Esparru horretan, protoi bat higitzen ari da $\vec{v} = 5\,\vec{i}$ m s^{-1}-ko abiadurarekin. Lortu honako hau- ek:

a) Zer eremu magnetiko eratu behar den, YZ planoan, protoiaren higidurak zuzena eta uniformea izaten jarrai dezan.

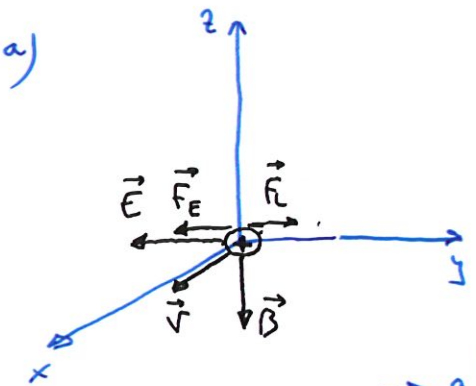
b) Zer bira-erradio izango lukeen protoiak, baldin eta aurreko ataleko eremu magnetikoaren eraginpean soilik balego.

c) Aurreko ataleko kasuan, kalkulatu protoiaren azelerazioaren modulua eta irudikatu, protoiak bere ibilbideko punturen batean dituen bektore hauek: abiadura, azelerazioa eta indar magnetikoa.

Datuak:

- Protoiaren kargaren balio absolutua = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
- Protoiaren masa: mp = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg

a)



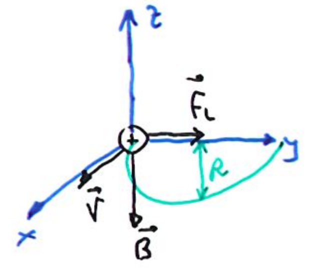
Higidura zuzena eta uniformea edukitzeko Newtonen lehen legea bete behar da: $\Sigma \vec{F} = \vec{0} \rightarrow$
→ Kasu honetan indar elektrikoa gehi Lorentzen indar magnetikoa zero izan behar da.

$\vec{F}_L + \vec{F}_E = \vec{0} \rightarrow q(\vec{v} \times \vec{B}) = -\vec{F}_E \rightarrow$

$\rightarrow q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = -(q \cdot \vec{E}) \rightarrow q \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 5 & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = q \cdot 100\hat{j} \rightarrow$

$5 \cdot B_y \cdot \hat{k} - 5 \cdot B_z \hat{j} = 100 \hat{j}$ → $\forall B_x \rightarrow$ (errazena 0 T) $\rightarrow B_x = 0$; $B_y = 0$; $B_z = -20$ T → $\boxed{\vec{B} = -20\hat{k}\ T}$

b)

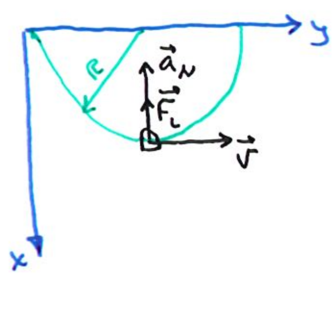


Bakarrik $\vec{F}_L$ geratzean honek perpendikularki eragiten dio, indar zentripetua bezala, eta protoiak XY planoan zirkunferentzia bat beteko du.

$\vec{F}_z = \vec{F}_L \rightarrow F_z = F_L \rightarrow m\frac{v^2}{R} = q \cdot v \cdot B \rightarrow R = \frac{m \cdot v^2}{q v B} \rightarrow$

$\rightarrow R = \frac{1'67 \cdot 10^{-27} \cdot 5}{1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 20} = \boxed{2'61 \cdot 10^{-9}\ m}$

c) Orain XY planoan zentratuko gara, bertan ibilbide zirkularra sortzen delako.



Jakinda indar zentripetua, kasu honetan magnetikoa, hau dela: $|\vec{F}_z| = m \cdot a_N$ eta $a_N = \frac{v^2}{R} \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{a_N} = \frac{5^2}{2'61 \cdot 10^{-9}} = \boxed{9'58 \cdot 10^8\ m/s^2}$

2020-7-A2

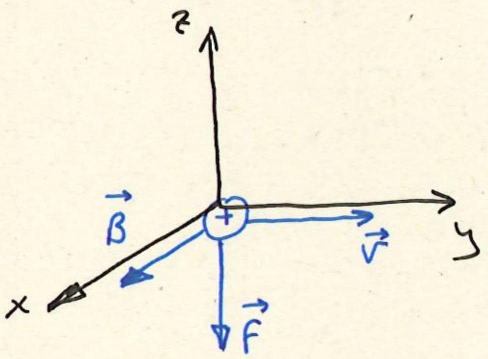
A2.- 1 μC-ko karga duen partikula bat $v = 2\cdot 10^6\ \vec{j}$ m/s-ko abiadurarekin higitzen ari da, eta $B = 2\cdot\ 10^{-4}\vec{i}$ T balioko eremu magnetiko batean sartu da.

a) Kalkulatu zer balio duen eremuak partikularen gainean egindako indar magnetikoak

b) Marraztu partikularen abiadurari, eremu magnetikoari eta indar magnetikoari dagozkien bektoreak.

c) Kalkulatu partikularen masa $2\cdot 10^{-10}$ km-ko erradioa duen ibilbide zirkularra egiten duela jakinik.

b)



a) Eskatzen deuskuena Lorentz-en indarra kalkulatzea da.

$$\boxed{\vec{F}} = q(\vec{v}\times\vec{B}) = 10^{-6}\cdot\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 2\cdot 10^{6} & 0 \\ 2\cdot 10^{-4} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \boxed{-4\cdot 10^{-4}\ \hat{k}\ N}$$

c) $\vec{B}$ eta $\vec{v}$ perpendikularrak direnez $\rightarrow$ indar magnetikoa beti ibilbidearekiko perpendikularra izango da, eta beraz zirkulua osatzeko beharrezkoa dan indar zentripetu legez identifikatu daiteke:

$$\vec{F} \equiv \vec{F_z} \rightarrow \text{moduluak berdinduz: } 4\cdot 10^{-4} = m\frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{m} = \frac{4\cdot 10^{-4}\cdot R}{v^2} = \frac{4\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{-7}}{(2\cdot 10^{6})^2} = \boxed{2\cdot 10^{-23}\ Kg}$$

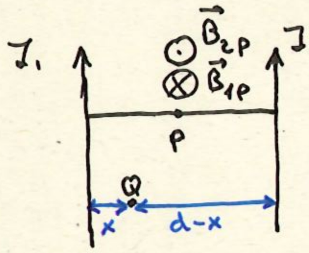
2020-6-A1

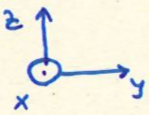
A1.- Bi hari eroale zuzen, paralelo eta infinitu "d" distantziara daude bata bestetik. Harietatik I_1 eta $I_2 = 4I_1$ intentsitateko korronteak igarotzen ari dira, hurrenez hurren, noranzko berean.
Kalkula ezazu, bi harien artean eta hariak dauden plano berean:

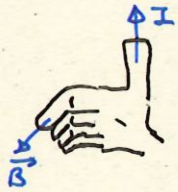
a) $\vec{B}$ eremu magnetikoa (modulua, norabidea eta noranzkoa) bi hari eroaleen arteko distantziaren erdian.
b) Zein puntutan den nulua $\vec{B}$ eremu magnetikoa.
c) Errepikatu aurreko galderen kalkuluak I_2 intentsitatearen noranzkoa alderantzikatzen bada.

Datuak:
Hari eroale zuzen eta infinitu batek r distantzia batera sortutako eremu magnetikoaren adierazpena:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}; \quad \mu_0 = 4\pi 10^{-7}\ \mathrm{T{\cdot}m/A}$$







Buruketan zehar eskuin eskuaren legea erabiliko dogu eta gainezarmenaren printzipioa aplikatuko dogu: $\vec{B}_T = \Sigma \vec{B}_i$

a) P erdiko puntua izanik: $\boxed{\vec{B}_P} = \vec{B}_{1P} + \vec{B}_{2P} =$

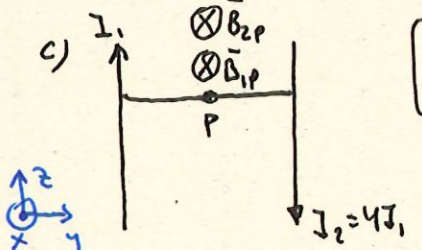
$$= -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, d/2}\hat{i} + \frac{\mu_0 4 I_1}{2\pi\, d/2}\hat{i} = I_1 \frac{3\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}}{\pi d}\hat{i} = \boxed{\frac{1'2\cdot 10^{-6} I_1}{d}\hat{i}\ \mathrm{T}}$$

b) $\vec{B}$ I_1 korrontearen ondotik anulatuko da ($I_2 > I_1$), Q puntuan.

$$\vec{B}_Q = \vec{0} = \vec{B}_{1Q} + \vec{B}_{2Q} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\hat{i} + \frac{\mu_0 4 I_1}{2\pi (d-x)}\hat{i} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi}\left(\frac{4}{d-x} - \frac{1}{x}\right)\hat{i} = \vec{0} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{4}{d-x} = \frac{1}{x} \rightarrow 4x = d - x \rightarrow \boxed{x = \frac{d}{5}}$$

c)



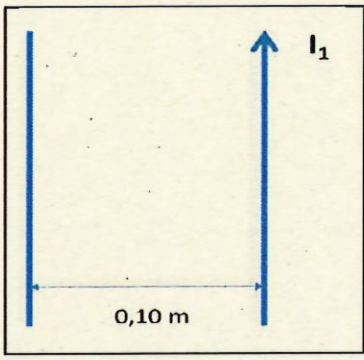
$$\boxed{\vec{B}_P = \bar{B}_{1P} + \bar{B}_{2P} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, d/2}\hat{i} - \frac{\mu_0 4 I_1}{2\pi\, d/2}\hat{i} = -\frac{\mu_0 5 I_1}{\pi d}\hat{i} = -\frac{2\cdot 10^{-6} I_1}{d}\hat{i}\ \mathrm{T}}$$

Kasu honetan bi harien artean ezin da eremua anulatu, biak norantza berekoak diralako.

Oharra: eremua nulua izan daiteke kableetatik kanpo, baina buruketak kableen artean eskatzen dau.

2018-6-AP1

P1.- Bi eroale zuzen, bertikal eta paralelo bata bestetik 10 cm-ko distantziara daude. Haietako batean I_1 = 20 A-ko korrontea dabil.

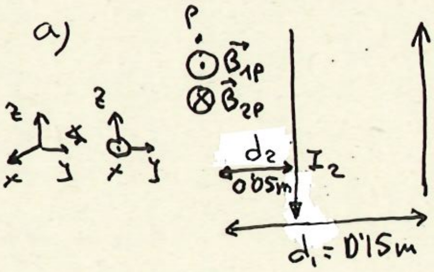


a) Kalkulatu zer korronte ibili behar den beste eroalean, bigarren eroaletik ezkerraldean 5 cm-ra dagoen puntu batean eremu magnetikoa nulua izateko.
b) Zer balio izango luke eremu magnetikoak bi eroaleen arteko erdiko puntuan, baldin eta bigarren eroalean dabilen korronteak balio bera baina lehenaren kontrako noranzkokoa izango balu?
c) Kalkulatu zer balio izango duen bi eroaleek elkarri eragindako luzera-unitateko indarra b) atalaren baldintzetan.

Datua: Eroale zuzen batek d distantzia batera sortutako eremu magnetikoa.

$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot m \cdot A^{-1}$

a)

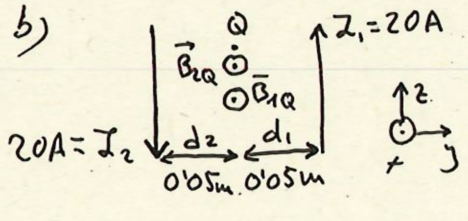


P puntuan eremu totala zero izateko, puntu horretan I_1 eta I_2 korronteek sorturikoak kontrako noranzkokoak izan behar dira. Beraz Biot-Savart legea bete daian I_2 eta I_1 korronteak antiparaleloak dira. Holan:

$$\vec{B}_P = \bar{B}_{1P} + \bar{B}_{2P} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}\hat{i} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\hat{i} = \bar{0} \rightarrow \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{I_1}{0'15} = \frac{I_2}{0'05} \rightarrow I_2 = \frac{0'05}{0'15} I_1 = \frac{1}{3} I_1 \Rightarrow \boxed{I_2 = 20/3 = 6'67\,A}$$

b)

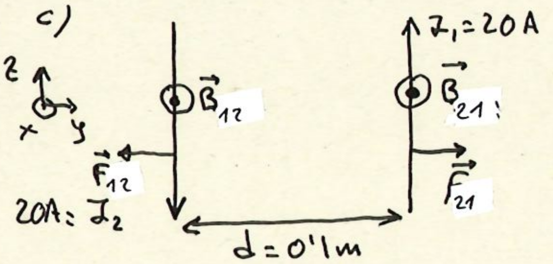


Biot-Savart eta gainezarmena aplikatuz:

$$\vec{B}_Q = \vec{B}_{1Q} + \vec{B}_{2Q} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}\hat{i} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\hat{i} \underset{d_1 = d_2}{\overset{I_1 = I_2}{=}} 2\frac{\mu_0 \cdot 20}{2\pi \cdot 0'05}\hat{i} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{B}_Q = 2\frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 20}{2\pi \cdot 0'05}\hat{i} = 1'6 \cdot 10^{-4}\,\hat{i}\,T}$$

c)



• Kable bakoitzak bestea dagoan lekuan sortzen dauan indukzio bektorea kalkulatzeko Biot-Savart legea aplikatuz:

$$\vec{B}_{12} = +\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\hat{i}\ ; \quad \vec{B}_{21} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}\hat{i}$$

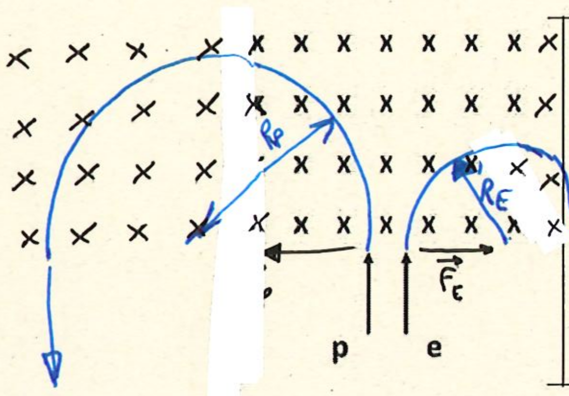
• Orain korronte-elementu bakoitzari Lorentzen legea aplikatuz:

$$\boxed{\vec{F}_{12}} = I_2 \cdot (\vec{l}_2 \times \vec{B}_{12}) = -I_2 l_2 B_{12}\hat{j} = -\frac{I_2 l_2 \mu_0 I_1}{2\pi d}\hat{j} = \boxed{-\frac{20\cdot 1\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 20}{2\pi\cdot 0'1}\hat{j} = -8\cdot 10^{-4}\,\hat{j}\,\frac{N}{m}}$$

$$\vec{F}_{21} = I_2(\vec{l}_1 \times \vec{B}_{21}) = I_2 l_1 B_{21}\hat{j} = \frac{I_2 l_1 \mu_0 I_2}{2\pi d}\hat{j} = \boxed{\frac{20\cdot 1\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 20}{2\pi \cdot 0'1}\hat{j} = 8\cdot 10^{-4}\,\hat{j}\,\frac{N}{m}}$$

• Kableak aldaratzeko indarrak agertzen dira.

2016-6-B-P1



P1. Protoi bat eta elektroi bat abiadura berdinarekin ($v = 3\cdot10^5$ m/s) perpendikularki barneratzen dira paperean sartzen den eremu magnetiko baten barrualdera. Eremuaren intentsitatea 10^{-3} T izanik:

a) Kalkulatu partikula bakoitzaren ibilbidearen erradioa.

b) Zenbat denbora behar du partikula bakoitzak bira oso bat emateko?

c) Marraztu, gutxi gorabehera, partikula bakoitzaren ibilbidea.

↳ Grafika gainean eginda

Elektroiaren karga, $q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C; Elektroiaren masa, $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg.
Protoiaren karga, $q_p = +1{,}6\cdot10^{-19}$ C; Protoiaren masa, $m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg.

a) Grafikan ikusten dan moduan, eta Lorentz-en indarraren noranzkoari jarraituz, protoiak ezkerretarantz eta elektroiak eskumatarantz biratuko dabe. Gainera eremu berdinean eta abiadura bardinakaz, indarren moduluak bardinak izango dira; abiadurak eta eremuak perpendikularrak diranez, momentu guztietan Lorentz-en indarrak indar zentripeta lez agertzen jakuz.

Protoiaren masa elektroiarena baino handiagoa danez, kurbaren erradioa be handiagoa eukiko dau protoiak elektroiak baino.

Bietarako Lorentz-en indarraren eta indar zentripetua identifikatuz eta euren moduluak hartuz: $\vec{F}_L \equiv \vec{F}_z \rightarrow |\vec{F}_L| = |\vec{F}_z| \rightarrow$

$$\rightarrow q\,v\,B\sin 90° = m\frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m v^2}{q v B} = \frac{m v}{q B}$$

Protoiaren kasuan: $\boxed{R_p = \frac{m_p\cdot v}{q\cdot B} = \frac{1'67\cdot10^{-27}\cdot3\cdot10^5}{1'6\cdot10^{-19}\cdot10^{-3}} = 3'13125\,m}$

Elektroiaren kasuan: $\boxed{R_e = \frac{m_e\cdot v}{q\cdot B} = \frac{9'11\cdot10^{-31}\cdot3\cdot10^5}{1'6\cdot10^{-19}\cdot10^{-3}} = 0'001708\,m}$

b) Buruketak dinoanaren arabera, gehien jota bakotxak bolta erdi emongo leuke; horren ostean eremutik aterako zalako. Dena den bolta osoen eta erdien denporak kalkulatuko dodaz. Horretarako abiadura lineala eta angeluarra erlazionatuko doguz, eta biran zehar egoera egonkorra danez, ω konstantea da:

$v = \omega\cdot R = \frac{2\pi}{T}\cdot R \longrightarrow$ <u>BUELTA OSOAK</u>: $\boxed{T_p = \frac{2\pi}{v}\cdot R_p = 6'558\cdot10^{-5}\,s}$; $\boxed{T_e = \frac{2\pi}{v}\cdot R_e = 3'5\cdot10^{-8}\,s}$

<u>BUELTA ERDIAK</u>: $T'_p = 3'279\cdot10^{-5}\,s$ $\quad T'_e = 1'75\cdot10^{-8}\,s$

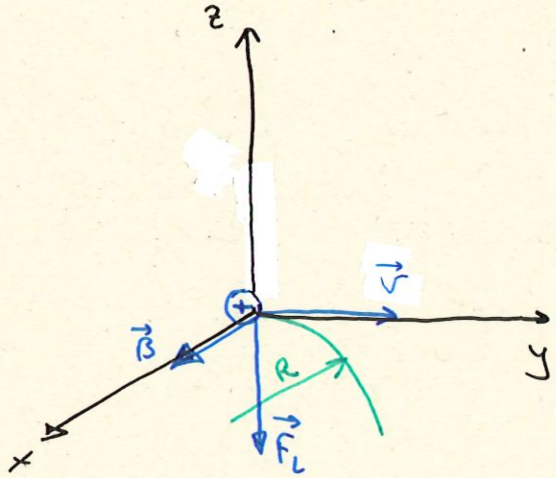
2015-7-A-P1

P1. Partikula kargatu bat ($q = 0{,}5 \cdot 10^{-9}$ C) $\boldsymbol{v} = 4 \cdot 10^6\, \boldsymbol{j}$ m/s-ko abiadurarekin higitzen ari da, eta $\boldsymbol{B} = 0{,}5\, \boldsymbol{i}$ T balio duen eremu magnetiko batean sartu da.

a) Zehaztu zer balio duen eremuak partikulari eragindako indar magnetikoak, eta marraztu partikularen abiadurari, eremu magnetikoari eta eragindako indar magnetikoari dagozkien bektoreak.

b) Kalkulatu partikularen masa 10^{-7} m-ko erradioa duen ibilbide zirkularra egiten duela jakinik.

c) Justifikatu zergatik den nulua indar magnetikoak kargaren gainean egindako lana.



a) Lorentzen indarra kalkulatzeko bi bide daukagu, edo determinantearen garapena edo ezker eskuaren legea. Honeri jarraituz $\vec{F}$-ren norabidea eta noranza z ardatzaren alde negatiborentz daukagu.
Dena den determinantearen kalkuluagaz egingo dot be bai:

$$\boxed{\vec{F_L} = q\cdot(\vec{v}\times\vec{B}) = q\cdot\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = 0'5\cdot10^{-9}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 4\cdot10^{6} & 0 \\ 0'5 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -10^{-3}\,\hat{k}\ N}$$

b) $\vec{v}$ eta $\vec{B}$ perpendikularrak diranez, Lorentz indarra indar zentripetu lez agertzen da; beraz bi indarrak identifikatuz eta moduluak berdinduz: $\vec{F_L}\equiv\vec{F_z} \to |\vec{F_L}| = |\vec{F_z}| \to qvB\sin 90^\circ = m\,\frac{v^2}{R} \to$

$$\to \boxed{m} = \frac{q\,v\,B\cdot R}{v^2} = \frac{qBR}{v} = \frac{0'5\cdot10^{-9}\cdot0'5\cdot10^{-7}}{4\cdot10^{6}} = \boxed{6'25\cdot10^{-24}\ Kg}$$

c) Indar magnetikoa momentu guztietan perpendikularra da kargaren abiaduragaz eta ibilbideagaz. Holan, lan mekanikoaren formulan angelua 90°-koa da.

$$\boxed{W} = \vec{F_L}\cdot\vec{d} = F_L\cdot d\cdot\cos 90^\circ = \boxed{0\,J}$$

2014-7-B-P1. Protoi bat eta alfa partikula bat, aldez aurretik pausagunetik azeleratuak potentzial-diferentzia ezberdinak erabiliz, bi partikulen higidurarekiko perpendikularra den B eremu magnetiko uniforme baten barrualdera sartu dira. Eremu magnetikoan sartzean 10^7 m/s da protoiaren abiadura, eta erradio berdineko ibilbide zirkularra egiten dute bi partikulek. Datu horiek jakinik:

a) Kalkulatu alfa partikularen abiadura.

b) Kalkulatu zer potentzial-diferentzia baliatu den partikula bakoitza azeleratzeko.

c) Alfa partikulak eremu magnetikoan deskribatzen duen ibilbidearen bi puntu, edozein, aukeratu, eta bektore hauek marraztu: partikularen abiadura, eremuak partikulari eragindako indar magnetikoa eta indukzio magnetikoa.

Protoia: masa = $1{,}67\cdot10^{-27}$ kg; karga = $+1{,}6\cdot10^{-19}$ C

Alfa partikula: masa = $6{,}65\cdot10^{-27}$ kg; karga = $+3{,}2\cdot10^{-19}$ C

a) Abiadurak eta eremua perpendikularrak izanik, agertzen diran Lorentzen indarrak indar zentripetu lez agertzen dira. Protoiagaz hasita: $\vec{F}_{Lp} = \vec{F}_{z_p}$ Moduluak berdinduz: $F_{Lp} = F_z \to$

$$\to |q_p(\vec{v}_p \wedge \vec{B})| = m_p \frac{v_p^2}{R} \to q_p v_p B \sin 90^\circ = m_p \frac{v_p^2}{R} \to R = \frac{m_p \cdot v_p}{q_p \cdot B} \Bigg\} \Longrightarrow$$

Bardin α partikulagaz: $R = \dfrac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{q_\alpha \cdot B}$

$$\Rightarrow \text{Biak berdinduz: } \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{q_\alpha \cdot B} = \frac{m_p \cdot v_p}{q_p \cdot B} \to v_\alpha = \frac{m_p}{m_\alpha} \cdot \frac{q_\alpha}{q_p} \cdot v_p \to$$

$$\to \boxed{v_\alpha = \frac{1'67\cdot10^{-27}}{6'65\cdot10^{-27}} \cdot \frac{3'2\cdot10^{-19}}{1'6\cdot10^{-19}} \cdot 10^7 = 5\cdot10^6 \text{ m/s}}$$

b) Energia mekanikoaren kontserbazioaren printzipioa aplikatuz:

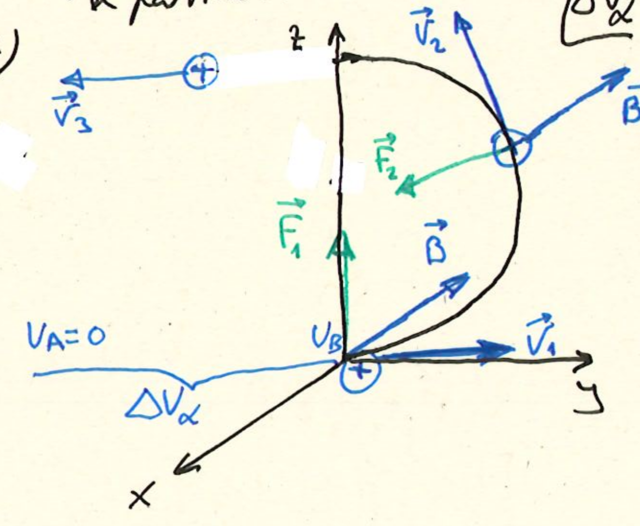
$$E_{mA} = E_{mB} \to E_{zA} + E_{pA} = E_{zB} + E_{pB} \to E_{pA} - E_{pB} = E_{zB} - E_{zA} \to$$

$$\to q(V_A - V_B) = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) \xrightarrow{v_A = 0} \Delta V = \frac{1}{2} \frac{m}{q} v_B^2 \to$$

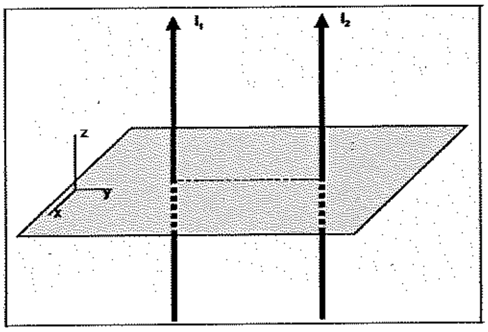
→ protoiari aplikatutako ΔV: $\boxed{\Delta V_p} = \dfrac{1}{2} \dfrac{m_p}{q_p} \cdot v_{Bp}^2 = \dfrac{1}{2} \dfrac{1'67\cdot10^{-27}}{1'6\cdot10^{-19}} (10^7)^2 = \boxed{521875 \text{ V}}$

→ α partikulari " ΔV: $\boxed{\Delta V_\alpha} = \dfrac{1}{2} \dfrac{m_\alpha}{q_\alpha} \cdot v_{B\alpha}^2 = \dfrac{1}{2} \dfrac{6'65\cdot10^{-27}}{3'2\cdot10^{-19}} \cdot (5\cdot10^6)^2 = \boxed{259765'6 \text{ V}}$

c)



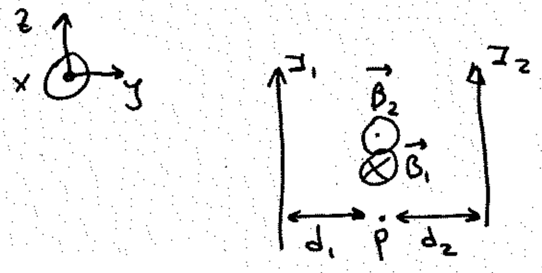
2013-6-A-P2. Bi hari eroale zuzen eta mugagabe 30 cm-ko distantziara daude bata bestetik, eta noranzko bereko korronteak garraiatzen ari dira. Intentsitateak, hurrenez hurren, $I_1 = 5$ A eta $I_2 = 10$ A dira (ikusi rudia).



a) Zehaztu ezazu zer balio duen eremu magnetiko osoak bi eroaleak lotzen dituen lerro zuzenaren erdiko puntuan.
b) Errepika ezazu aurreko galderaren kalkulua intentsitaterik txikieneko korrontearen noranzkoa kontrakoa izanik.
c) Adieraz itzazu korronteek elkarri eragindako luzera-unitateko indarraren norabidea eta noranzkoa aurreko bi kasuetan.

Hari eroale zuzen eta mugagabe batek (d) distantzia jakin batera sortutako eremu magnetikoa:

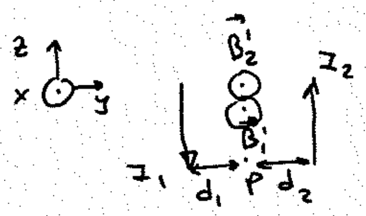
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d}\vec{i} \quad ; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T·m/A}$$



a) Deskribatzen den egoeran, erdiko puntuan gainezarmenaren printzipioa aplikatuko dugu:

$$\boxed{\vec{B_P}} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}\hat{i} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\hat{i} = \frac{\mu_0}{2\pi d}(I_2 - I_1)\hat{i} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0'15}(10-5)\hat{i} = \boxed{6'\hat{6} \cdot 10^{-6}\ \text{T}\ \hat{i}}$$

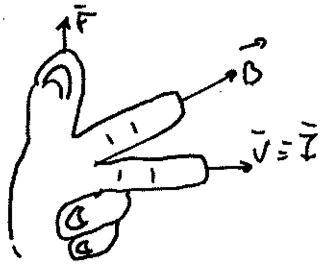


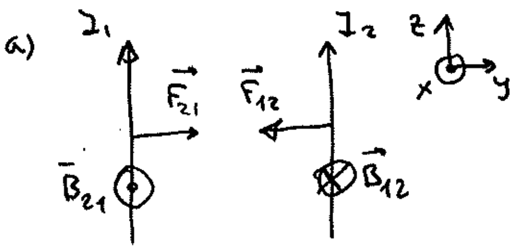
b) Kasu honetan berdin, baina I_1-en noranzkoa aldatuz

$$\boxed{\vec{B'_P}} = \vec{B'_1} + \vec{B'_2} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}\hat{i} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\hat{i} = \frac{\mu_0}{2\pi d}(5+10)\hat{i} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0'15} \cdot 15\hat{i} = \boxed{2 \cdot 10^{-5}\hat{i}\ \text{T}}$$

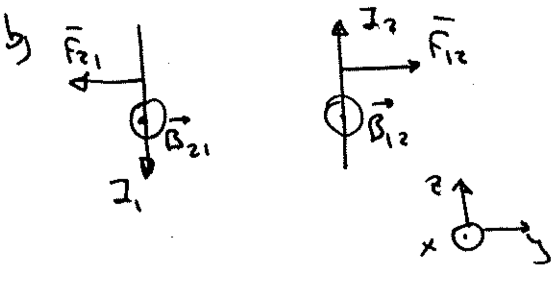
c) Kable bakoitza besteak sortutako eremupean dago. Beregan dagoen indarraren noranzkoa eta norabidea eskuaren legearen kalkulatzen da.





$\vec{F_{12}} = -F_{12}\hat{j}$ N ; $F_{12} > 0$

$\vec{F_{21}} = +F_{21}\hat{j}$ N ; $F_{21} > 0$



$\vec{F_{12}} = F_{12}\hat{j}$ N ; $F_{12} > 0$

$\vec{F_{21}} = -F_{21}\hat{j}$ N ; $F_{21} > 0$

2012-7-B-P2. Pausagunean dagoen protoi bat $3{,}9\cdot10^7$ m/s-ko abiadura izan arte azeleratu dugu eremu elektriko uniforme baten eraginez; ondoren, 0,4 T-ko eremu magnetiko uniforme batean sartu da eremuarekiko perpendikularrean.
a) Kalkula ezazu zer potentzial-diferentzia ezarri zaion protoiari eremu elektrikoan.
b) Irudika itzazu bektore hauek: protoiaren abiadura, indukzio magnetikoa eta protoiari eragindako indar magnetikoa.
c) Kalkula ezazu zer indar eragiten duen eremu magnetikoak protoiaren gainean eta zer erradio duen protoiak deskribatzen duen orbita zirkularrak.
Protoiaren karga: $q_p = +1{,}6\cdot10^{-19}$ C; Protoiaren masa: $m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg

a) Energia mekanikoaren kontserbazioaren printzipioa aplikatuz:

$V_A = 0\,m/s$ $\quad V_B = 3'9\cdot10^7\,m/s$

A $\oplus$ B

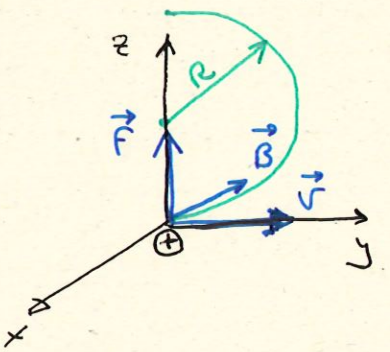
$V_A \xleftarrow{\Delta V} V_B$

$$E_{mA} = E_{mB} \rightarrow E_{ZA} + E_{pA} = E_{ZB} + E_{pB} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m \cancelto{0}{v_A^2} + qV_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + q\cdot V_B \rightarrow$$

$$\rightarrow q(V_A - V_B) = \frac{1}{2} m v_B^2 \rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{1}{2}\frac{m\cdot v_B^2}{q} = 7'94\cdot10^6\,V}$$

b)



Indar magnetikoa Lorentzena da:

$$\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$$

c) Indar horren kalkulu zehatza eginez:

$$\boxed{\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B}) = q\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 3'9\cdot10^7 & 0 \\ -0'4 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2'496\cdot10^{-12}\,\hat{k}\,N}$$

$\vec{v}\perp\vec{B}$ izanik, $\vec{F}$ beti abiadurarekiko perpendikularra da, eta horrela, beraz, zirkuluan dagoen indar zentripetua.

Horrela: $\vec{F} \equiv \vec{F}_z$; moduluak berdinduz:

$$2'496\cdot10^{-12} = m\frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{R = \frac{m v^2}{2'496\cdot10^{-12}} = \frac{1'67\cdot10^{-27}\cdot(3'9\cdot10^7)^2}{2'496\cdot10^{-12}} = 1'076\,m}$$

2012-6-A-P2. 25.000 eV-eko energia zinetikoa daukan elektroi bat orbita zirkularra egiten ari da 0,2 T-ko eremu magnetiko uniforme baten barnean.

a) Marraztu itzazu bektore hauek: elektroiaren abiadura, indukzio magnetikoa eta eremu magnetikoak elektroiaren gainean eragiten duen indarra.

b) Zenbateko indarra eragiten du eremu magnetikoak elektroiaren gainean?

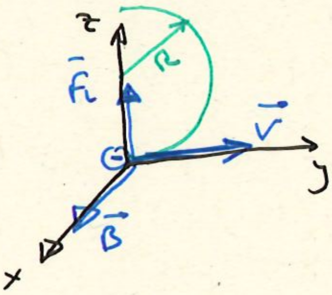
c) Zenbateko erradioa du elektroiaren orbitak?

Elektroiaren karga: e = –1,6·10^{-19}C; Elektroiaren masa: m$_e$ = 9,11·10^{-31}kg; 1eV = 1,60·10^{-19}J

Unitateak aldatuz: $25.000\,eV \cdot \frac{1'6\cdot 10^{-19}\,J}{1\,eV} = 4\cdot 10^{-15}\,J$

Abiadura kalkulatuz: $E_z = \frac{1}{2} m v^2 = 4\cdot 10^{-15} \rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{4\cdot 10^{-15}\cdot 2}{m}} = 9'37\cdot 10^{7}\,m/s}$

a) Orbita zirkularra izan daiten elektroia eremuan sartzean honekiko norabide perpendikularra izan behar dau. Holan Lorentzen indarra ibilbidearekiko perpendikularra da, indar zentripetua, eta beraz orbita zirkularra.



b) Indarra kalkulatuko dot:

$$\boxed{\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})} = q\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 9'37\cdot 10^{7} & 0 \\ 0'2 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \boxed{2'99\cdot 10^{-12}\,\hat{k}\,N}$$

c) Indar magnetikoa zentripetuagaz identifikatuz, eta moduluak hartuz:

$$\vec{F}_L \equiv \vec{F}_z \rightarrow F_L = F_z \rightarrow 2'99\cdot 10^{-12} = m\frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{R = \frac{9'11\cdot 10^{-31}\cdot (9'37\cdot 10^{7})^2}{2'99\cdot 10^{-12}} = 2'6\cdot 10^{-3}\,m}$$

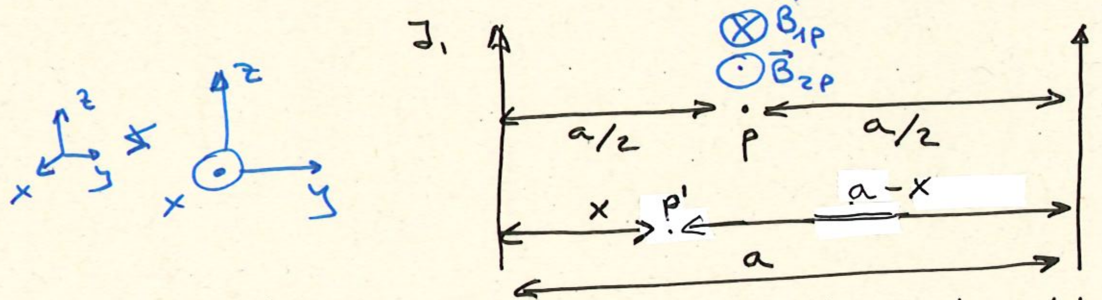
2011-6-B-P1. Jakina da ezen I intentsitatedun korronte elektrikoa daraman hari zuzen eta infinitu batek sortzen duen eremu magnetikoaren intentsitateak **B**= ($\mu_0 \cdot$ I)/ ($2\pi r$) balio duela, non *r* baita hari eroaletiko distantzia eta μ_0, konstante bat (hutsaren iragazkortasun magnetikoa). Izan bitez bi hari paralelo eta infinituak, *a* distantzia batez bananduak, zeintzuek zeinu berdineko I_1 eta I_2 ($I_2 = 3 \cdot I_1$) intentsitateak baitaramatzate, hurrenez hurren. Kalkula ezazu hari bien artean eta hariak dauden plano berean:

a) **B** eremu magnetikoaren intentsitatearen balioa (modulua, norabidea eta noranzkoa) hari bien arteko distantziaren erdira.

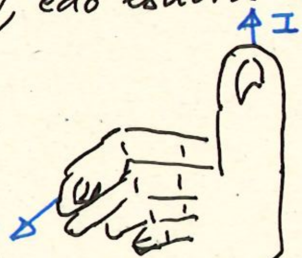
b) **B** zer puntutan den nulua.

c) puntu horietan guztietan **B**-k duen balioa I_2 intentsitatearen noranzkoa alderantzikatzen bada.

Burketan zehar intentsitateen noranzkoak ez diranez aldatzen burketa osorako grafika orokor eta bakarra egin daikegu.



a) Bien arteko erdiko puntua P izanik, bertan bi hariek sortutiko eremuak batuko doguz. Euren noranzkoak Biot-Savart legea emoten deusku, edo eskuin eskuaren legea. Holan:



$$\boxed{\vec{B}_P = \vec{B}_{1P} + \vec{B}_{2P} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot \frac{a}{2}}\hat{i} + \frac{\mu_0 3I_1}{2\pi \frac{a}{2}}\hat{i} = \frac{2\mu_0 I_1}{\pi a}\hat{i}\ \mathrm{T}}$$

b) Burketak dinoan lez, bi hariekeen arteko gunean gagoz. Hor P' puntuan eremua anulatu daiteke.

$$\vec{B}_{P'} = \vec{B}_{1P'} + \vec{B}_{2P'} = \vec{0} \rightarrow \vec{B}_{1P'} = -\vec{B}_{2P'} \Rightarrow \text{Moduluak berdinduz:}$$

$$B_{1P'} = B_{2P'} \rightarrow \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 3I_1}{2\pi(a-x)} \rightarrow a-x = 3x \rightarrow \boxed{x = \frac{a}{4}}$$

c) Kasu honetan $\vec{B}_2$ x ardatzaren noranzko negatiboan doa, beraz:

$$\boxed{\vec{B}_P = \vec{B}_{1P} + \vec{B}_{2P} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\frac{a}{2}}\hat{i} - \frac{\mu_0 3I_1}{2\pi\frac{a}{2}}\hat{i} = -\frac{4\mu_0 I_1}{\pi a}\hat{i}\ \mathrm{T}}$$

$$\boxed{\vec{B}_{P'} = \vec{B}_{1P'} + \vec{B}_{2P'} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\frac{a}{4}}\hat{i} - \frac{\mu_0 3I_1}{2\pi\frac{3a}{4}}\hat{i} = -\frac{4\mu_0 I_1}{\pi a}\hat{i}\ \mathrm{T}}$$

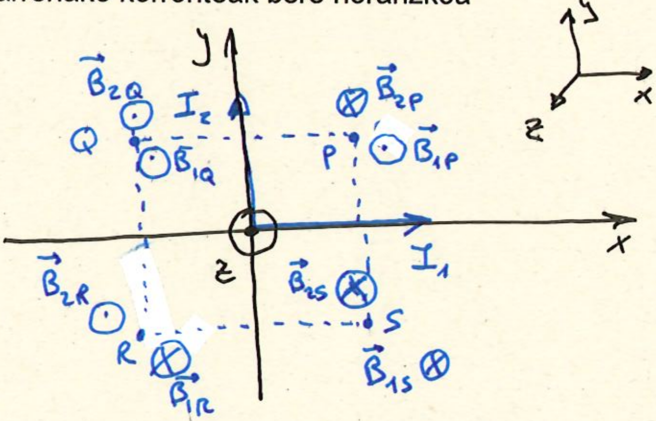
2010-7-B-P1 Jakina da ezen eroale zuzen eta infinitu batean barrena I intentsitateko korronte bat baldin badoa eremu magnetiko bat sortzen dela, **B**= (μ_0· I)/ ($2\pi r$) balioko intentsitatea duena, non *r* den hari eroalearekiko distantzia, eta μ_0, konstante bat (hutsaren iragazkortasun magnetikoa). Koordenatu-sistemaren *OX* eta *OY* ardatzetan zehar I intentsitate berdineko korronte elektriko bana igarotzen ari da, ardatz bietako noranzko positiboan. Izan bitez P (1,1) eta Q (-1,1) planoko bi puntu. Kalkulatu:

a) **B** eremu magnetikoaren intentsitatearen balioa (modulua, norabidea eta noranzkoa) P eta Q puntuetan.

b) Planoko zeintzu puntutan da nulua **B**?

c) Errepikatu a) eta b) atalak *OX* ardatzean barrenako korronteak bere noranzkoa alderantzikatzen badu.

- a) eta b) ataletarako grafika ⟹
- Koordenatuak m-tan ulertzen doguz.



a) Biot eta Savart legearen arabera korronte bakotxak sorturiko eremuen noranzkoak grafikan ikusten diranak dira.

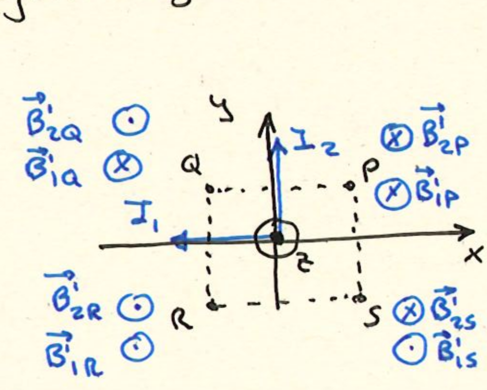
Holan puntu bakotxan gainezarmenaren printzipioa aplikatuz:

$$\boxed{\vec B_P = \vec B_{1P} + \vec B_{2P} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}\hat k - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\hat k \xrightarrow[d_1=d_2=1]{I_1=I_2=I} \vec 0\ T}$$

$$\boxed{\vec B_Q = \vec B_{1Q} + \vec B_{2Q} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}\hat k + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\hat k \xrightarrow[d_1=d_2=1]{I_1=I_2=I} \frac{\mu_0 \cdot I}{\pi}\hat k\ T}$$

b) Nulua izan daiten eremuak kontrako noranzkoak izan behar dira. Hori aipatutako P puntuan lez lehen eta hirugarren koadranteen puntu guztietan gertatzen da.

Horrez gain biren moduluak bardinak izan behar dira, eta intentsitate bardinak izanda puntuak, nahitaez, diagonal nagusian aurkitzen dira, hau da $\boxed{y=x}$ zuzenean.



c) $$\boxed{\vec B'_P = \vec B'_{1P} + \vec B'_{2P} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 1}\hat k - \frac{\mu_0 I}{2\pi 1}\hat k = -\frac{\mu_0 I}{\pi}\hat k\ T}$$

$$\boxed{\vec B'_Q = \vec B'_{1Q} + \vec B'_{2Q} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi 1}\hat k + \frac{\mu_0 I}{2\pi 1}\hat k = \vec 0\ T}$$

b ataleko arrazoiengaitik eremua anulatzeko puntuak bigarren diagonalean dagoz $\boxed{y=-x}$ zuzenean.

2008-6-A2. Elektroi bat azeleratu egiten da 200 V-eko potentzial diferentzia baten bitartez, eta Lurraren eremu magnetikoan higitzen da, zeinen intentsitatea $7x10^{-5}$ T-koa den. Kalkulatu elektroiak egiten duen zirkunferentziaren erradioa, baldin eta elektroiaren abiadura Lurraren eremu magnetikoarekiko perpendikularra bada.
Elektroiaren masa = $9,1x10^{-31}$ kg; *Elektroiaren karga = $-1,6x10^{-19}$ C*

Emondako deskribapenari jarraituz egin beharreko lehena elektroiak lortzen duen abiadura kalkulatzea da. Horretarako energia mekanikoaren kontserbazioa aplikatuz:

$V_A=0$ ⊖ V_B?
A $\xrightarrow{\Delta V}$ B

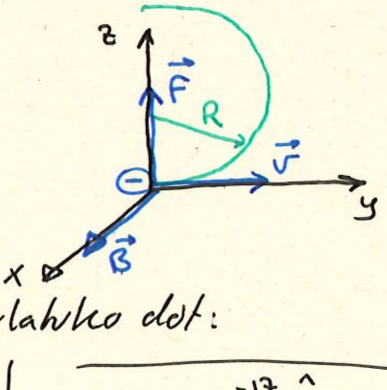
$V_B - V_A = 200V$

$$Em_A = Em_B \rightarrow E_{zA} + E_{pA} = E_{zA} + E_{pA} \rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + q V_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + q \cdot V_B \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = q(V_A - V_B) + \cancel{\frac{1}{2} m v_A^2} \nearrow 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{v_B} = \sqrt{\frac{2}{m} q (V_A - V_B)} = \sqrt{\frac{2}{9'1 \cdot 10^{-31}} \cdot (-1'6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-200)} = \boxed{8'39 \cdot 10^6 \ m/s}$$

Abiadura horregaz eremuan sartuz, eremua eta abiadura perpendikularrak izanik, Lorentzen indarra beti abiadurarekiko perpendikularra da, eta beraz indar zentripetu lez identifikatu daikegu.



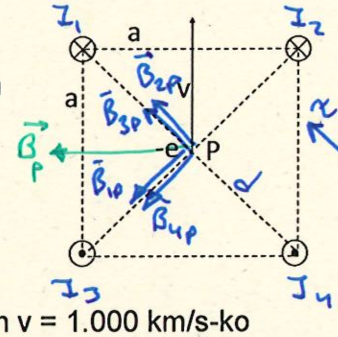
Hasteko Lorentzen indarra kalkulatuko dot:

$$\boxed{\vec{F_L} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 8'39 \cdot 10^6 & 0 \\ 7 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \end{vmatrix}} = \boxed{9'39 \cdot 10^{-17} \hat{k} \ N}$$

Orain: $\vec{F_L} \equiv \vec{F_z}$; moduluak berdinduz: $F_L = F_z \rightarrow$

$$\rightarrow 9'39 \cdot 10^{-17} = m \frac{v^2}{R} \rightarrow \boxed{R = \frac{m v^2}{9'39 \cdot 10^{-17}} = \frac{9'1 \cdot 10^{-31} (8'39 \cdot 10^6)^2}{9'39 \cdot 10^{-17}} = 0'68218 \ m}$$

2007-6-B1. Lau hari eroale, paraleloak eta luzera infinitukoak, bakoitzak 5 ampereko korrontea garraiatzen du. Irudian, ariketaren zeharkako sekzioa erakusten da, eta beran goiko bi hariek garraiatzen dituzten korronteak, paperaren perpendikularrak izateaz gain, barruranzko noranzkoa daukatela adierazten da, eta beheko hari bien korronteek, ostera, kanporanzko noranzkoa daukatela. Alboko harien distantzia, guztienak, a = 10 cm-koak dira. Kalkulatu lau harietatik distantzia berera dagoen P puntuan izango dugun **B** eremu magnetikoaren intentsitatea. Puntu horretan v = 1.000 km/s-ko abiaduraz higitzen den elektroia bagenu, paperaren planoan eta adierazitako norabide eta noranzkoan, zein indarrek eragingo dio elektroiari aldiune horretan?



Oharra: Hari eroale batek, zuzen eta luzera infinitukoak, haritik r distantziara sortzen duen eremu magnetikoaren intentsitatearen modulua, $B = \mu_0 \cdot I / 2\pi r$ da, non I korrontearen intentsitatea den. [*Elektroiaren karga:* $1{,}6\cdot10^{-19}$ *C,* $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ $N\cdot A^{-2}$]

Hasierako bi kalkulu: $a^2=d^2+d^2 \rightarrow 2d^2=a^2 \rightarrow d=\frac{a}{\sqrt{2}}=0'07\,m$

$v = 1000\,\frac{Km}{s}\cdot\frac{1000\,m}{1\,Km} = 10^6\,m/s$

P puntuan dagoan $\vec B$ totala, Biot eta Savart legea eta gainezarmena aplikatuz lortuko dogu. Intentsitateek sortutako eremuak grafikan adierazten dira

$$\vec B_P = \vec B_{1P}+\vec B_{2P}+\vec B_{3P}+\vec B_{4P} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}\hat j + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\hat k + \frac{\mu_0 I_3}{2\pi d_3}\hat k - \frac{\mu_0 I_4}{2\pi d_4}\hat j =$$

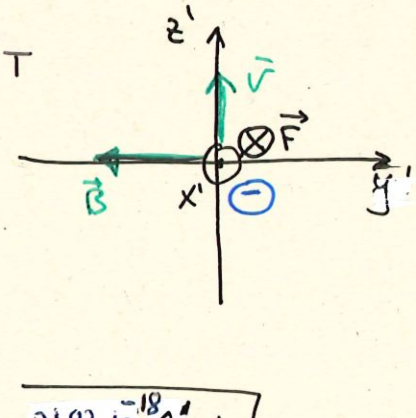
$$\frac{d_i=d=0'07}{I_i=I=5}\quad -\frac{\mu_0 \cdot I}{\pi d}\hat j + \frac{\mu_0 I}{\pi d}\hat k = \boxed{2'86\cdot10^{-5}(\hat k-\hat j)\,T}$$

Erreferentzia sistema barria erabiliko dogu. Bertan:

$$|\vec B_P| = \sqrt{(2'86\cdot10^{-5})^2+(2'86\cdot10^{-5})^2} = 4'05\cdot10^{-5}\,T$$

$$\vec B_P = -4'05\cdot10^{-5}\,\hat j'\,T$$

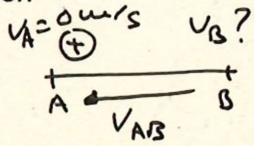
$$\vec v = 10^6\,\hat k'\,m/s$$



Holan, eta Lorentzen indarra aplikatuz

$$\boxed{\vec F_L = q(\vec v\times\vec B) = q\begin{vmatrix}\hat i' & \hat j' & \hat k'\\ 0 & 0 & 10^6\\ 0 & -2'39\cdot10^{-5} & 0\end{vmatrix} = -3'82\cdot10^{-18}\,\hat i'\,N}$$

2006-7-B1. Hasieran pausagunean dagoen protoia azeleratu egiten da 10^5 V-eko potentzial-diferentzia baten bitartez. Ondoren, protoia beraren abiadurari perpendikularra den eremu magnetiko uniforme batean sartzen da, eta bertan 0,3 m-ko erradioko orbita zirkular bat deskribatzen du. Kalkulatu eremu magnetikoaren intentsitatearen balioa. Intentsitate honen balioa bikoiztuko bagenu, zenbatekoa izango litzateke ibilbidearen erradioa? [*Protoiaren karga: $1{,}6\cdot10^{-19}$ C; Protoiaren masa: $1{,}67\cdot10^{-27}$ kg*]



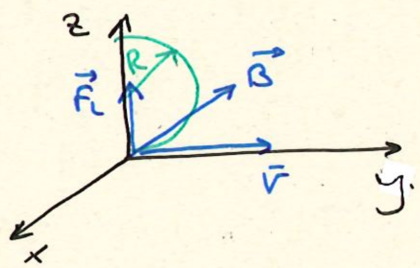
Hasteko protoiak lortuko duen abiadura kalkulatuko dot. Horretarako Em-ren kontserbazioa aplikatuko dot:

$$E_m = kte \rightarrow E_{mA} = E_{mB} \rightarrow E_{zA} + E_{pA} = E_{zB} + E_{pB} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m \underbrace{v_A^2}_{0} + q\cdot V_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + q\cdot V_B \rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{\frac{2}{m} q (V_A - V_B)} = 4'38\cdot10^6\ m/s}$$

Eremu magnetikoan perpendikularki sartzeagaitik Lorentz-en indarra beti abiadurarekiko perpendikularra da eta, indar zentripetua lez eragiten, orbita zirkularra deskribatzen dau.

$$\vec{F_L} = q\cdot(\vec{v}\times\vec{B}) = q\cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 4'38\cdot10^6 & 0 \\ -B & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$



$$= B\cdot 7\cdot10^{-13}\,\hat{k}\ N$$

Orain $\vec{F_L} \equiv \vec{F_z} \rightarrow$ Moduluak berdinduz: $F_L \equiv F_z \rightarrow$

$$\rightarrow 7\cdot10^{-13}\cdot B = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow B = \frac{m\cdot v^2}{7\cdot10^{-13}\cdot R} = \frac{1'67\cdot10^{-27}\cdot(4'38\cdot10^6)^2}{7\cdot10^{-13}\cdot 0'3} = 0'152\ T$$

Beraz: $\boxed{\vec{B} = -\ 0'152\ \hat{i}\ T}$

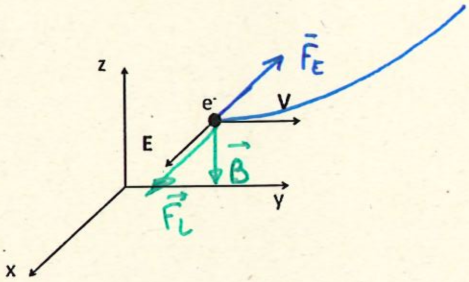
Eremua bikoiztuz, eta zuzenean moduluak landuz:

$$\vec{F_L} = \vec{F_z} \rightarrow F_L = F_z \rightarrow q\, v\, B' \sin 90° = m\frac{v^2}{R'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R' = \frac{m\cdot v}{q\cdot B'} = \frac{1'67\cdot10^{-27}\cdot\quad\cdot 4'38\cdot10^6}{1'6\cdot10^{-19}\cdot 2\cdot 0'152} = 0'15\ m}$$

2005-7-A2. Elektroi bat eremu elektriko uniformea dagoen espazioko eskualde batean sartzen da. Eremu elektrikoa OX ardatzaren paraleloa da, eta E = E i intentsitatea du. Elektroiaren abiadura OY ardatzaren paraleloa da: V = V j.

[Datuak: E = 103 V/m, V = 103 m/s]



a) Kalkulatu elektroiaren gaineko indar elektrikoa. Nolakoa izango da deskribaturiko orbita?

b) Elektroiaren gaineko indar elektrikoa haren gainean eremu magnetiko batek sorturiko indar batez anulatu daiteke. Eremu magnetiko hori espazioko eskualde berean gainazartzen zaio eremu elektrikoari. Kalkulatu eremu horren intentsitatearen (**B**) modulu, norabide eta noranzkoa.

c) Zein izango da protoi baten gaineko indar erresultantea (modulu, norabide eta noranzkoa) protoiaren abiadura eremu bi horiek gainazartzen diren eskualdera heltzean elektroiak zeramanaren bikoitza bada?

Elektroiaren karga: $-1{,}6\cdot10^{-19}$C;

Elektroiaren masa: $9{,}1\cdot10^{-31}$kg; *Protoiaren masa: $1{,}67\cdot10^{-27}$kg*

a) Emandako datuakaz, zuzenean (Coulomb-en legetik abiatuta be), indar elektrikoa kalkulatuko dot:

$$\boxed{\vec F_E = q\cdot\vec E = -1'6\cdot10^{-19}\cdot 103\,\hat i = -1'648\cdot10^{-17}\,N}$$

Elektroiak y ardatzean abiadura konstantea dauka, eta x ardatzean azelerazio konstantea, beraz HIGIDURA PARABOLIKOA da.

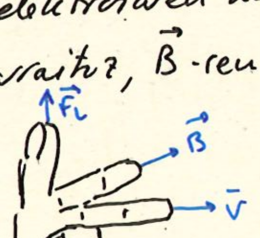
b) $\vec F_E$ anulatzeko Lorentzen indarra modulu bereko eta kontrako noranzkokoa izan behar da. Dena den Newtonen Lehen Legea aplikatuz ($\sum_i \vec F_i = \vec 0$):

$$\vec F_L + \vec F_E = \vec 0 \rightarrow \boxed{\vec F_L = -\vec F_E = 1'648\cdot10^{-17}\,\hat i\,N}$$

Lorentzen indarraren formulatik, eta modulua hartuz $\vec B$-ren modulua kalkulatuko dot: $\vec F_L = q(\vec v\times\vec B)\rightarrow F_L = q\cdot v\cdot B\cdot\sin\alpha$

$\alpha = 90°$ hartuz (adibidez) $\rightarrow F_L = q\cdot v\cdot B \rightarrow B = \frac{F_L}{q\cdot v} = 1\,T$

Noranzko horretako $\vec F_L$ lortzeko, kontuan hartuta elektroiaren karga negatiboa dala, eta ezker eskuaren legeari jarraituz, $\vec B$-ren norabidea eta noranzkoa kalkulatuko dot.



$$\boxed{\vec B = -\hat k\,T}$$

c) Protoiaren gaineko indar erresultantea:

$$\boxed{\vec R = \vec F_L + \vec F_E} = q_p(2\vec v\times\vec B) + q_p\cdot\vec E = 1'6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix}\hat i & \hat j & \hat k\\ 0 & 206 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{vmatrix} + 1'6\cdot10^{-19}\,103\,\hat i =$$

$$= -206\cdot1'6\cdot10^{-19}\,\hat i + 1'6\cdot103\cdot10^{-19}\,\hat i = \boxed{-1'648\cdot10^{-17}\,\hat i\,N}$$

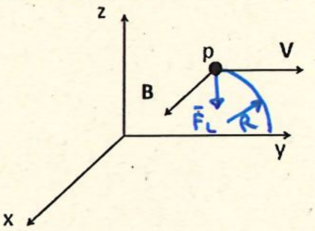
2005-6-B2. $m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg-ko masa eta $q_p = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C-ko karga dituen protoi bat (p), OX ardatzaren paraleloa den eta $\mathbf{B} = B\,\mathbf{i}$ intentsitateko eremu magnetikoa dagoen espazioko esparru batean sartzen da, OY ardatzaren paraleloa den $V = V\,j$ ($V = 104$ m/s eta i eta j bektoreak, OX eta OY ardatzetan zeharreko bektore unitarioak, hurrenez hurren).

a) Ibilbidearen erradioa R = 10 cm bada, kalkulatu B-ren balioa.

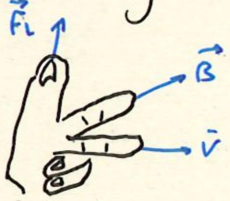
b) Aurkitu protoiaren gaineko indarra (modulu, norabide eta Noranzkoa).

c) Azaldu protoiaren ibilbide zirkularraren zergaitia.

d) Protoia izan beharrean α partikula izango balitz (protoiaren karga bikoitzarekin eta abiadura berberarekin), ibilbidearen erradioa bikoiztu egiten dela ikusten da. Kalkulatu α partikularen masa.



a) Abiadura eta eremua perpendikularrak izanik, Lorentzen indarra indar zentripetoaren identifikatu daiteke. Ezker eskuaren legeari jarraituz $\vec{F}_L$ z ardatzaren alde negatiborantz doa.



Holan $\bar{F}_L$ eta $\bar{F}_z$ identifikatuz eta moduluak berdinduz:

$$\vec{F}_L \equiv \vec{F}_z \rightarrow |\vec{F}_L| = |\vec{F}_z| \rightarrow qvB\sin\alpha = m\frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$\rightarrow B = \frac{v\cdot m}{qR\sin 90^\circ} = \frac{104\cdot 1'67\cdot10^{-27}}{1'6\cdot10^{-19}\cdot 0'1} = 1'086\cdot10^{-5}\,T \Rightarrow \boxed{\vec{B} = 1'086\cdot10^{-5}\,\hat{i}\ T}$$

b) Lorentzen indarra kalkulatuz:

$$\boxed{\vec{F}_L = q\,(\vec{v}\times\vec{B}) = 1'6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 0 & 104 & 0\\ 1'086\cdot10^{-5} & 0 & 0\end{vmatrix} = -1'806\cdot10^{-22}\,\hat{k}\,N}$$

c) $\vec{v}$ eta $\vec{B}$ perpendikularrak izanik, $\vec{F}_L$ beti ibilbidearekiko perpendikularra da, momentu guztietan. Holan $\vec{F}_L$ indar zentripetu hutsa izango da eta beraz ibilbidea zirkularra da.

d) Daukaguna: $m_\alpha = ?$; $q_\alpha = 2q_p$ $R_\alpha = 2\cdot R_p$

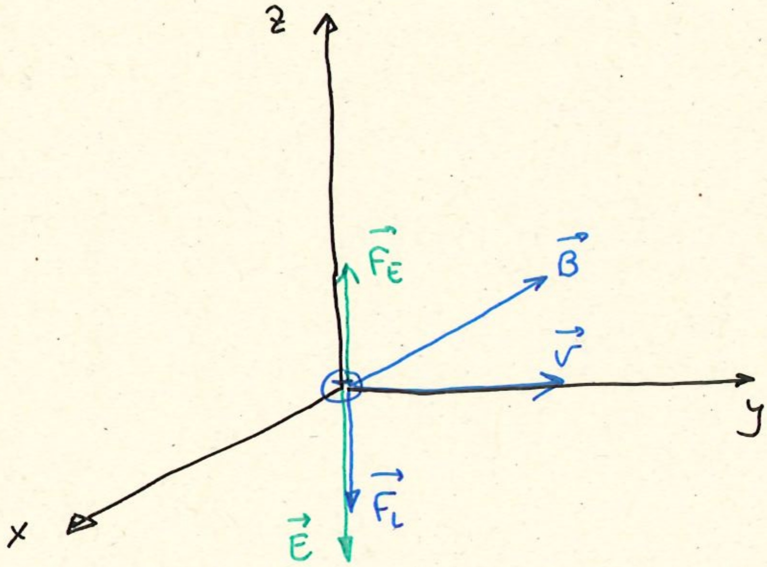
Datu honekaz eta berriro Lorentz-en indarraren eta indar zentripetuaren moduluak berdinduz:

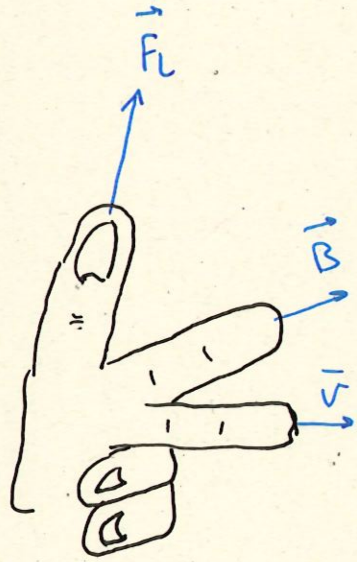
$$F_L = F_z \rightarrow q_\alpha v\cdot B\cdot\sin 90^\circ = m_\alpha\cdot\frac{v^2}{R_\alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{m_\alpha} = \frac{q_\alpha\cdot 2\cdot R_p\cdot B}{v} = \frac{2\cdot 1'6\cdot10^{-19}\cdot 2\cdot 0'1\cdot 1'086\cdot10^{-5}}{104} = \boxed{6'68\cdot10^{-27}\,kg}$$

2004-7-B1. a) Zein da elektroi-sorta baten abiadura desbideraketarik jasaten ez badu bere gainean batera eragiten baldin badute $3\cdot10^4$ V/m-ko eremu elektriko batek eta $2\cdot10^{-2}$ T-ko eremu magnetiko batek, biak elkarren perpendikularrak izanik eta baita ere elektroi-sortaren penpendikularrak?
b) Marraz bedi eskema bat ***v***, ***E***, ***B*** eta ***F*** bektoreekin.
c) Zein izango da elektroiak deskribatuko duen orbitaren erradioa behin eremu elektrikoa kenduz gero?*[e/m erlazioak, gutxi gora behera, $1{,}76\cdot10^{11}$ C/kg balio du]*.

a) b)





$\vec{B}$ eta $\bar{v}$ kokatuta, eskuin eskuaren legea aplikatuz $\vec{F_L}$-ren norantza eta norabidea kalkulatzen dot. $\bar{F_E}$ kontrara agertu behar da, eta elektroiak direnez $\vec{E}$ $\bar{F_E}$-ren kontran.
Dana grafikan ikusten dan forman.
Abiadura lortzeko Newtonen lehen legea aplikatuko dot:

$$\vec{F_L}+\vec{F_E}=\vec{0} \rightarrow \vec{F_L}=-\vec{F_E} \rightarrow \text{Moduluak berdinduz:}$$

$$F_L = F_E \rightarrow |q(\bar{v}\times\bar{B})| = |q\cdot\bar{E}| \rightarrow qvB\sin 90^\circ = qE \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{v = \frac{E}{B} = \frac{3\cdot10^4}{2\cdot10^{-2}} = 1'5\cdot10^6\ m/s}$$

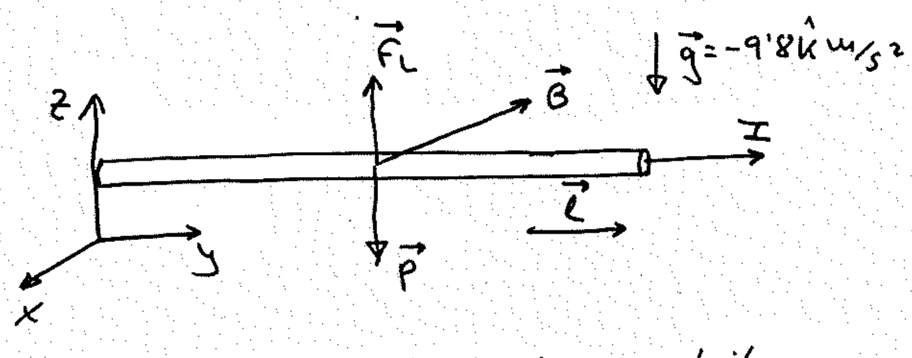
c) Holan indar bakarra Lorentz-ena izango da, eta ibilbidearekiko perpendikularra izanik indar zentripetua da.
Indar horrek berdinduz eta moduluak hartuz:

$$\vec{F_L}=\vec{F_z} \rightarrow F_L=F_z \rightarrow qvB\sin 90^\circ = m\frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{R = \frac{v}{B}\frac{m}{q} = \frac{v}{B}\cdot\frac{1}{q/m} \xrightarrow{q/m=1'7\cdot10^{11}} \frac{1'5\cdot10^6}{2\cdot10^{-2}\cdot1'7\cdot10^{11}} = 4'4\cdot10^{-4}\ m}$$

2003-7-B1. A-ko korrontea daraman 25 cm-ko luzera eta 20 g-ko masa dituen eroale-zati bat, orekan aurkitzen da eroale-zatiari perpendikularra den eremu magnetiko uniforme eta horizontal baten barrenean.
a) Lor bedi indukzio magnetikoaren balioa.
b) Adieraz bitez grafikoki korrontea, indukzio magnetikoa eta eroalearen gaineko indarrak.

b)



a) Lorentzen indarra korronte baterako egokituz:

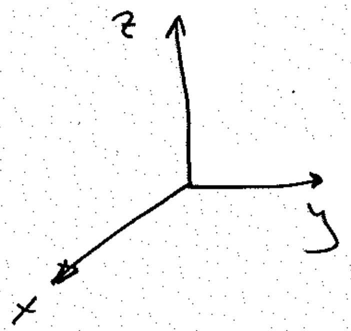
$$\vec{F_L} = I\cdot(\vec{l}\wedge\vec{B}) = A \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0'25 & 0 \\ -B & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{AB}{4}\hat{k}\ N$$

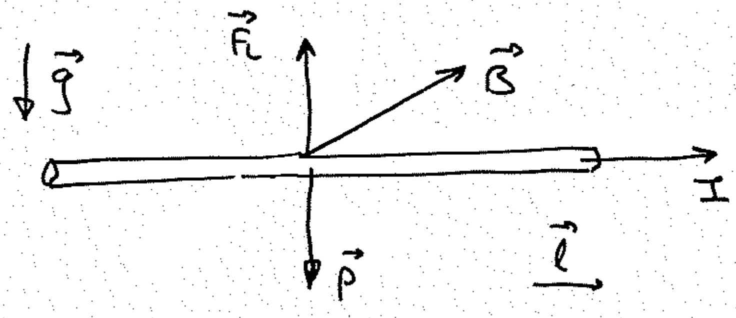
Pisua: $\vec{P} = m\cdot\vec{g} = 0'02\cdot(-9'8\hat{k}) = -0'196\hat{k}\ N$

Orain, orekan dagoenez, Newtonen Lehen Legea aplikatuz:

$$\vec{F_L} + \vec{P} = \vec{0} \rightarrow \frac{AB}{4}\hat{k} - 0'196\hat{k} = \vec{0} \rightarrow \boxed{B = \frac{4\cdot 0'196}{A} = \frac{0'784}{A}\ T}$$

2002-6-B1. 10 cm luze den hari eroale batek 5 g-ko masa du eta indar elektroeragileko sorgailu bati konektatuta dago, masa gabeko hari malguak direla medio. Haria, posizio horizontalean, berari perpendikularra den 0,5 T-ko eremu magnetiko horizontal batean dago kokatuta. Lor bedi haritik igaro behar den korrontearen intentsitatea bera flotatzen eusteko, hau da, hariaren pisua beraren gainean eremu magnetikoak sortzen duen indar magnetikoaz orekatzeko.





Orekan dagoanez Newtonen lehen legea betetzen da:

$$\vec{P} + \vec{F_L} = \vec{0} \quad ; \quad m\cdot\vec{g} + I\cdot\vec{l}\times\vec{B} = \vec{0} \; ;$$

$$0'005\cdot(-9'8\hat{k}) + I\cdot\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0'1 & 0 \\ -0'5 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{0} \rightarrow$$

$$\rightarrow -0'049\hat{k} + 0'05I\hat{k} = \vec{0} \rightarrow \boxed{I = \frac{0'049}{0'05} = 0'98\,A}$$

2001-7-A2. Masa ezezaguneko karga bakarreko ioia, 12 cm-ko erradioa duen zirkunferentzia batean higitzen da, 1,2 T-ko eremu magnetiko batean. Ioia, 7000 V-ko potentzial-diferentzia baten bitartez azeleratua izan da. Zein da ioiaren masa?
Elektroiaren karga: e = -1,6·10-19 C

Suposatuko dogu ioi positiboa dala : i^+. Bere karga $1'6\cdot10^{-19}C$ da eta masa kalkulatuko dogu.

Hasteko eremuan sartzen deneko abiadura kalkulatuko dogu, Em-ren kontserbazioagaz.

$v_A = 0$ + v_B?

A V_{AB} B

$$E_m = kte \rightarrow E_{mA} = E_{mB} \rightarrow$$

$$\rightarrow E_{zA} + E_{pA} = E_{zB} + E_{pB} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m \underbrace{\cancel{v_A^2}}_{0} + q\cdot V_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + q V_B \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2}{m}\cdot q\cdot(V_A - V_B)} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_B = \frac{4'7\cdot10^{-8}}{\sqrt{m}} \quad (*)$$

Esaten deuskuen lez Lorentzen indarra indar zentripetua da. Holan euren moduluak berdinak dira:

$$F_L = F_z \rightarrow q\cdot v\cdot B\cdot \sin 90^0 = \frac{m\cdot v^2}{R} \rightarrow q B = \frac{mv}{R} \xRightarrow{(*)}$$

$$\rightarrow q B = \frac{m\cdot\frac{4'7\cdot10^{-8}}{\sqrt{m}}}{R} \rightarrow R q B = m\frac{4'7\cdot10^{-8}}{\sqrt{m}} \rightarrow$$

$$\rightarrow R^2 q^2 B^2 = \frac{m^2\cdot 4'7\cdot10^{-8}}{m} \Rightarrow \boxed{m = \frac{R^2 q^2 B^2}{4'7\cdot10^{-8}}} = \underline{1'87\cdot10^{-33}\ kg}$$